وزارة التربية الوطنية

مديريتي التربية لولايتي أدرار و تيميمون — ثانويات المقاطعة الأولى

الشعبة : تقنــي رياضــي — دورة مـاي 2022

امتحان البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات — المدة : أربع ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأوّل :

التمرين الأول: (03 نقاط)

أجب بصح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1) (u_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عددطبيعي n بـ: $u_n=\int_n^{n+1} e^{1-x}dx$

المجموع $S_n=u_0+u_1+...+u_n$ يساوي $e-\left(\frac{1}{e}\right)^n$

2) من أجل كل عدد طبيعي n : $4^{2n}+(-1)^{n+1}\equiv 0[17]$

3) باستعمال المكاملة بالتجزئة نجد أن : $\int_1^e x\ln x dx=\frac{1}{4}e^2+\frac{1}{2}$

4) N عدد طبيعي يكتب في نظام التعداد ذو الأساس 7 على الشكل $\overline{5616}^7$.

كتابة العدد الطبيعي N في نظام التعداد ذو الأساس 5 هي: $\overline{31042}^5$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0=11 \\ u_{n+1}=2+\sqrt{u_n-2} \end{cases}$

1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $3\le u_n\le 11$

2) أ) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=\sqrt{u_n-2}\left(1-\sqrt{u_n-2}\right)$

ب) بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ، ثم استنتج تقاربها .

3) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le u_{n+1}-3\le \frac{1}{2}(u_n-3)$

ب) استنتج أنه من أجل طل عدد طبيعي n : $0\le u_n-3\le 8\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

4) لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\ln(u_n-2)$

أ) بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية اساسها $\frac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول v_0 .

ب) اكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ مرة ثانية.

5) احسب المجموع S حيث $S=v_{1443}+v_{1444}+...+v_{2022}$

ثم استنتج الجداء P حيث $P=(u_{1443}-2)\times(u_{1444}-2)\times...\times(u_{2022}-2)$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر المعادلة ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث : $11x-5y=2........(E)$

1) أ) أثبت أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلا للمعادلة (E) فإن : $y\equiv 4[11]$

ب) استنتج حلول المعادلة (E) .

2) ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم . نضع : $a=5n+2$ و $b=11n+4$

أ) عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b

ب) عين قيم n بحيث يكون $PGCD(a;b)=2$

ج) استنتج قيم n بحيث يكون العددان a و b أوليين فيما بينهما .

3) أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 10

ب) استنتج رقم أحاد العدد 2^{2016}

ج) عين كل الثنائيات $(x;y)$ من $\mathbb{Z}^* \times \mathbb{Z}^*$ التي هي حلول للمعادلة (E) وتحقق : $2^{y-2x} \equiv 8[10]$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=x+2-e^x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $[0;+\infty[$.

2) أ) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0;+\infty[$، وتحقق أن : $1,14<\alpha<1,15$.

ب) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x من المجال $[0;+\infty[$

II) نعرّف على المجال $[0;+\infty[$ الدالة العددية f كمايلي : $f(x)=\dfrac{e^x-1}{xe^x+1}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ الوحدة $\|\vec{i}\|=4Cm$

1) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;+\infty[$: $f(x)=\dfrac{1-e^{-x}}{x+e^{-x}}$

ب) استنتج النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{e^x \times g(x)}{(xe^x+1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على $[0;+\infty[$، ثم شكل جدول تغيراتها على نفس المجال

ج) بيّن ان : $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha+1}$، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

4) أ) تحقق أنه من أجل كل x من $[0;+\infty[$: $f(x)-x=\dfrac{(x+1)\times u(x)}{xe^x+1}$ ، حيث $(u(x)=e^x-xe^x-1)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة u على المجال $[0;+\infty[$ ثم احسب $u(0)$ واستنتج إشارة $u(x)$.

ج) استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (T)

5) انشئ كلا من المستقيم (T) والمنحني (C_f) (الوحدة $4Cm$)

6) أ) عيّن دالة أصلية F للدالة f على المجال $[0;+\infty[$.

ب) احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و المماس (T) و محور التراتيب و المستقيم ذا المعادلة $x=1$

الموضوع الثّاني :

التمرين الأول: (03 نقاط)

f و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x}{1+x^2}$ و $g(x)=\dfrac{x^3}{1+x^2}$ ، F و G دالتاهما الأصليتان على $\mathbb{R}$.

و نعتبر $I_1=\int_0^1 f(x)dx$ ، $I_2=\int_0^1 g(x)dx$

في كل حالة من الحالات التالية عين الإقتراح الصحيح الوحيد من بين الإجابات (أ) ، (ب) و (ج) مع التعليل:

1) (أ) $F(x)=\ln(1+x^2)$ (ب) $F(x)=\dfrac{1}{2}\ln(1+x^2)$ (ج) $F(x)=2\ln(1+x^2)$

2) (أ) $I_1=\ln(2)$ (ب) $I_1=\dfrac{1}{2}\ln(2)$ (ج) $I_1=2\ln(2)$

3) (أ) $I_1+I_2=\int_0^1 xdx$ (ب) $I_1+I_2=\dfrac{1}{2}\int_0^1 xdx$ (ج) $I_1+I_2=2\int_0^1 xdx$

4) (أ) $I_2=1-\ln(2)$ (ب) $I_2=1-\dfrac{1}{2}\ln(2)$ (ج) $I_2=\dfrac{1}{2}(1-\ln(2))$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

I) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول u_0 حيث $u_0=\alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\dfrac{u_n-1}{u_n+3}$

- عيّن قيمة العدد الحقيقي α بحيث تكون المتتالية (u_n) ثابتة على $\mathbb{N}$

II) في ما يلي نضع $u_0=0$

1) عيّن العدد الحقيقي b بحيث يكون من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=1+\dfrac{b}{u_n+3}$

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-1<u_n\leqslant 0$

3) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{-(u_n+1)^2}{u_n+3}$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ب) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{1}{u_n+1}$

أ) بيّن أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها $\dfrac{1}{2}$ و احسب حدها الأول v_0

ب) اكتب عبارة v_n بدلالة n، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

5) احسب المجموع S حيث $S=\dfrac{8}{u_0+1}+\dfrac{8}{u_1+1}+\dots+\dfrac{8}{u_{2022}+1}$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 10

2) بيّن انه من أجل كل عدد طبيعي n : $1443^{4n+2}-2\times 109^{2n+1}-11\equiv 0[10]$

3) عيّن قيم العدد الطبيعي n حيث $7\times 3^{n+1}-1\equiv 0[10]$ و $10<n\leq 25$

4) ليكن A كتابته $\overline{xx02102}$ في النظام ذي الأساس 3 و كتابته $\overline{y67y}$ في النظام ذي الأساس 9 .

(أ) عيّن x و y (ب) اكتب A في النظام العشري (ج) اكتب A في النظام ذي الأساس 7

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I) h دالة عددية ذات المتغير الحقيقي x و المعرفة على $\mathbb{R}^*$ ب: $h(x)=x^2-\ln x^2$

• ادرس اتجاه تغير الدالة h ، ثم استنتج أنه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}^*$: $h(x)>0$

II) نعّرف على $\mathbb{R}^*$ الدالة العددية f كمايلي : $f(x)=\frac{1}{2}\left(-\frac{\ln(x^2)}{x}-x-\frac{2}{x}\right)$

وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$ ثم فسر النتيجتين بيانيا

2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم: $f'(x)=-\frac{h(x)}{2x^2}$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y=-\frac{1}{2}x$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

3) أ) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $-x\in\mathbb{R}^*$ و $f(x)+f(-x)=0$ و تستنتج شفعية الدالة f .

ب) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاوحيدا α في المجال $]0,3;0,4[$.

ج) استنتج أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا آخر β يطلب تعيين حصرا له .

4) أ) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) يوازيان المستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلتيهما.

ب) انشئ (Δ) ، (T_1) ، (T_2) و (C_f)

ج) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x)=-\frac{1}{2}x+m$

5) لتكن k دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ بـ: $k(x)=\frac{1}{2}\left(-\frac{\ln(x+1)^2}{x+1}-(x+1)-\frac{2}{x+1}\right)+2$ ، (C_k) تمثيلها البياني

⊕ بيّن أنه يوجد تحويل بسيط يحول المنحنى (C_f) إلى المنحنى (C_k) (الإنشاء غير مطلوب)

6) أ) بيّن أن الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $F(x)=\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{4}\left[\ln(x^2)\right]^2-2\ln|x|\right)$ هي دالة أصلة لـ f على $\mathbb{R}^*$

ب) λ عدد حقيقي حيث $\lambda>1$.احسب التكامل التالي $A(\lambda)=-\int_1^{\lambda} f(x)dx$ و احسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$